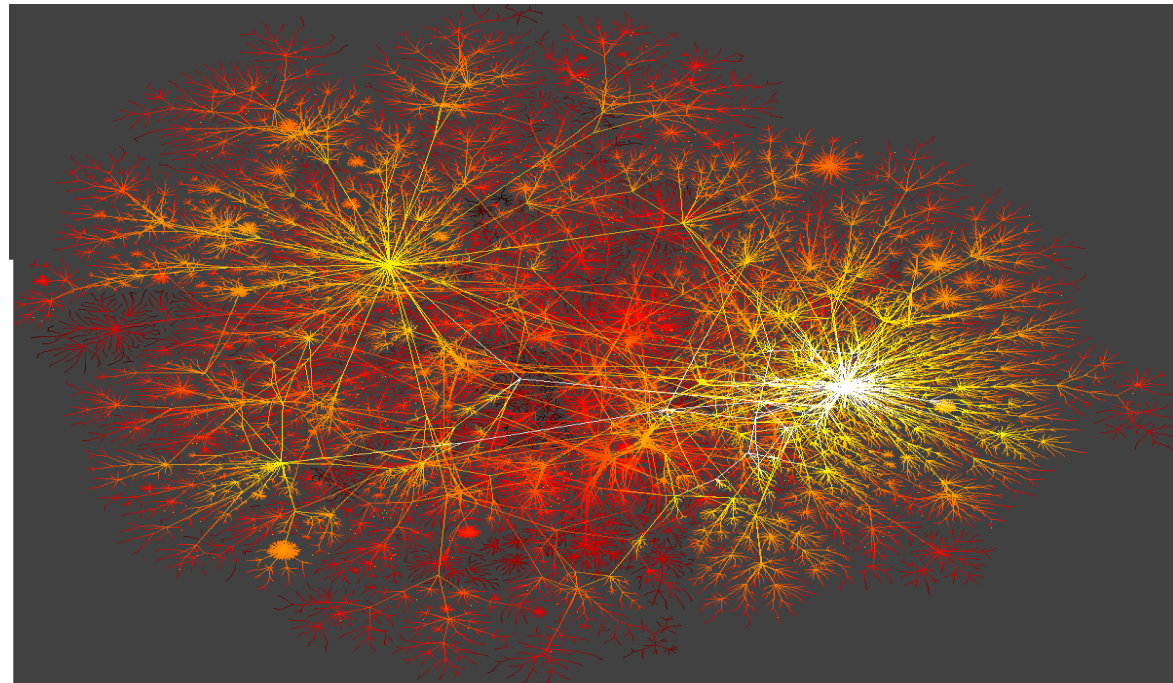
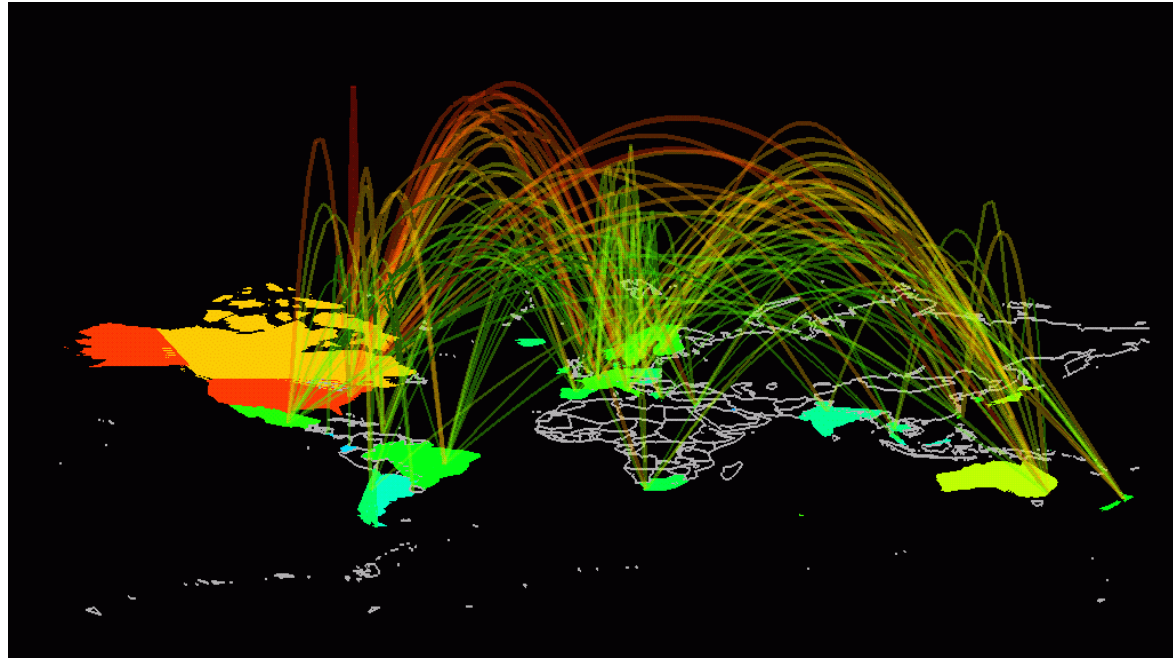
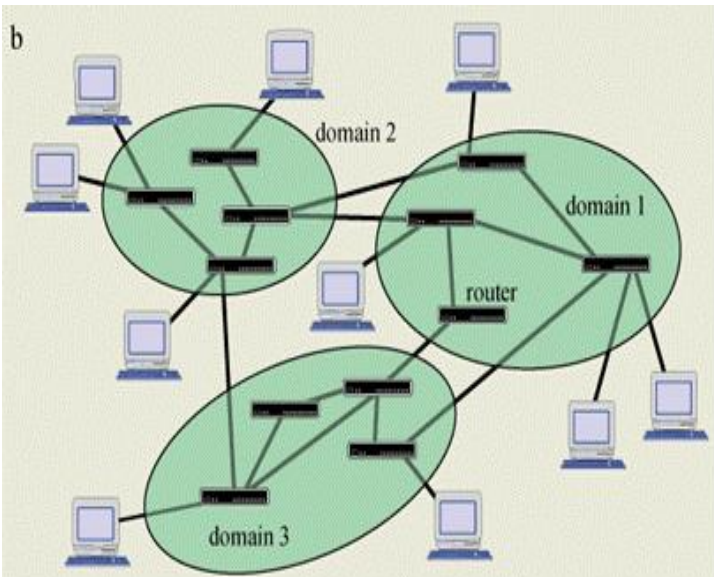


# The architecture of complexity

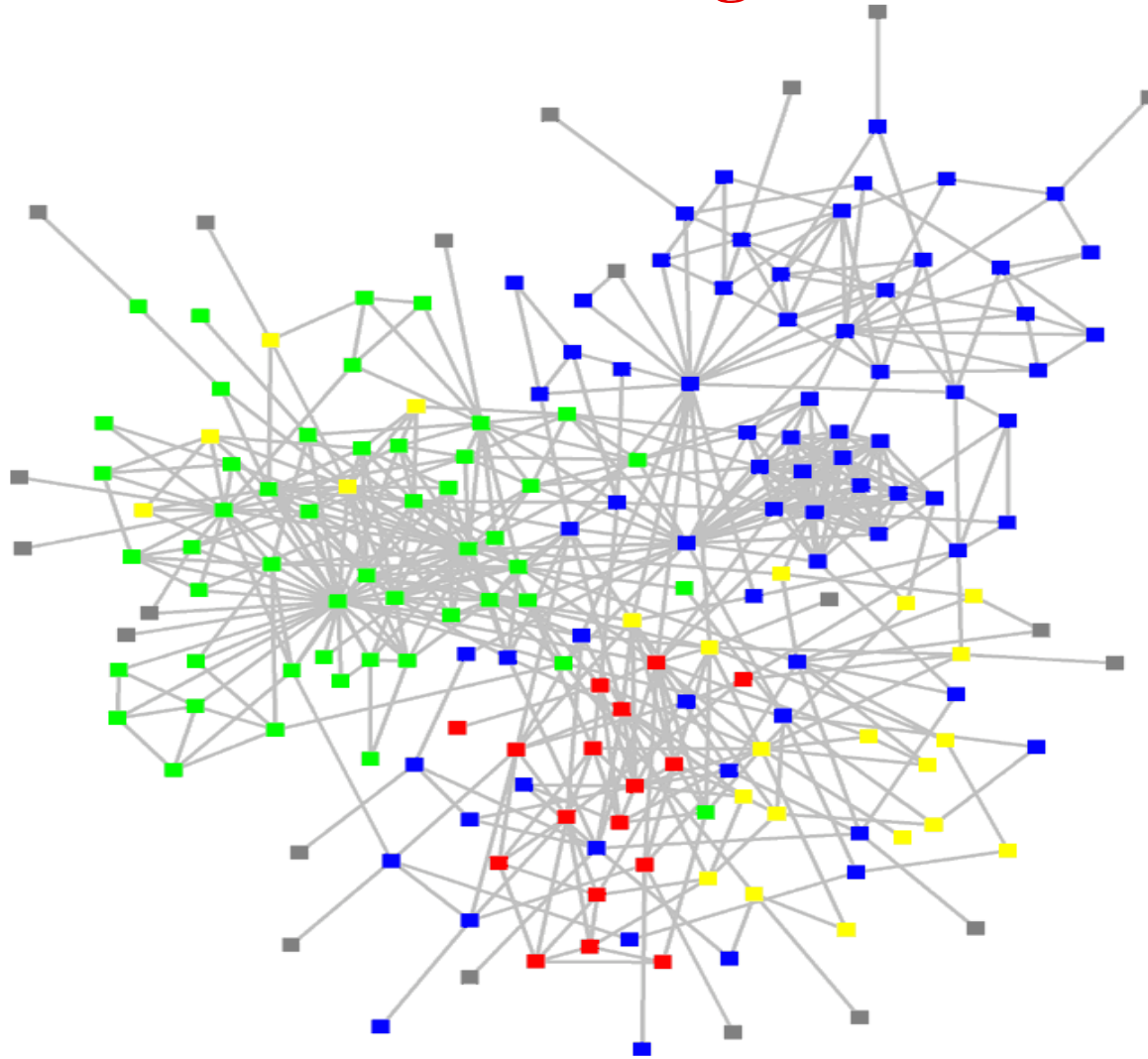
**Albert-László Barabási**

**Center for Complex Networks Research  
Departments of Physics and Computer  
Science  
University of Notre Dame**

# Internet



# Structure of an organization



**Red, blue, or green:** departments

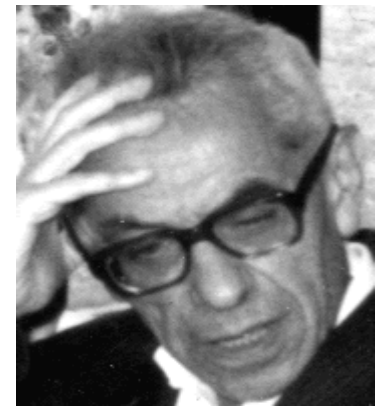
**Yellow:** consultants

**Grey:** external experts

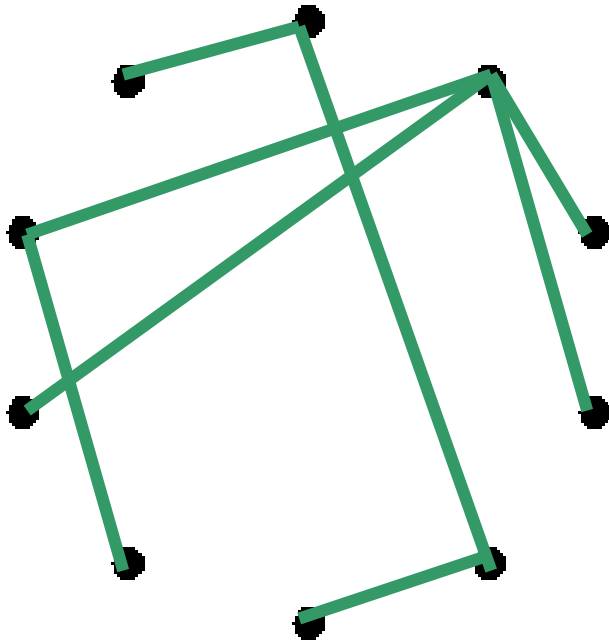




# Erdős-Rényi model (1960)



**Pál Erdős  
(1913-1996)**

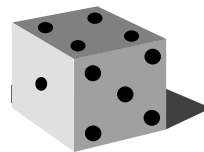


Connect with  
probability  $p$

$$p=1/6$$

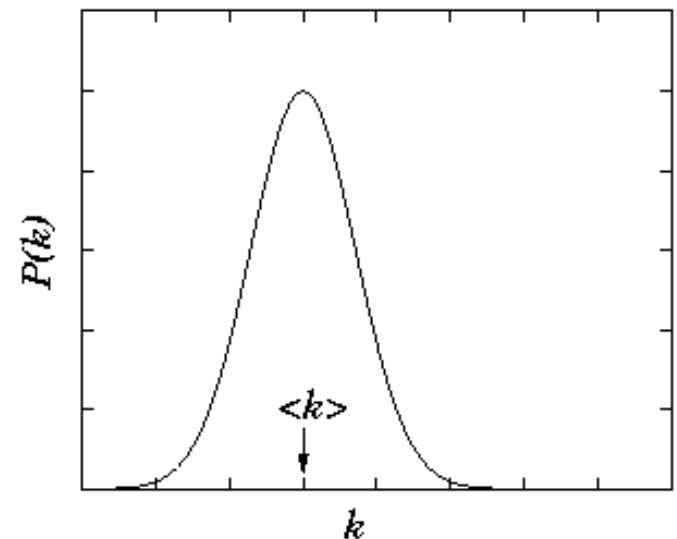
$$N=10$$

$$\langle k \rangle \sim 1.5$$



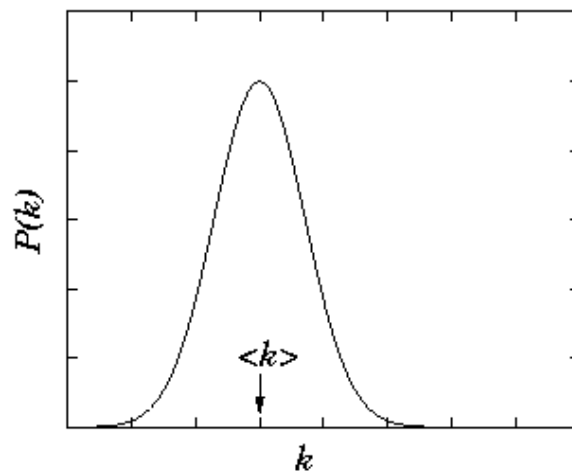
- Democratic
- Random

Poisson distribution



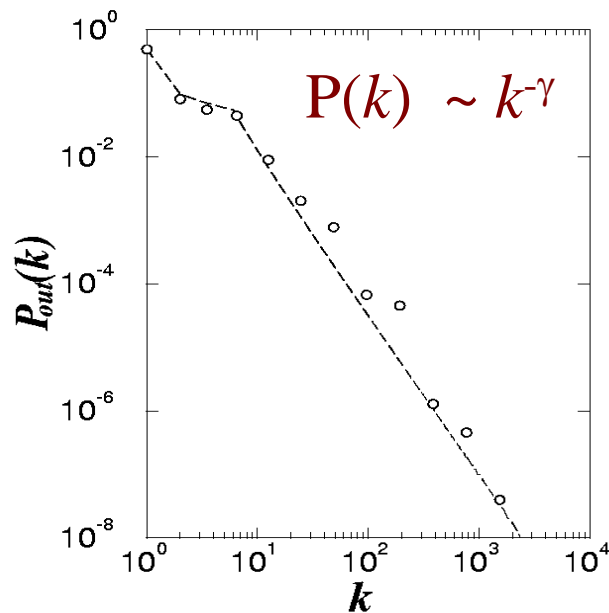
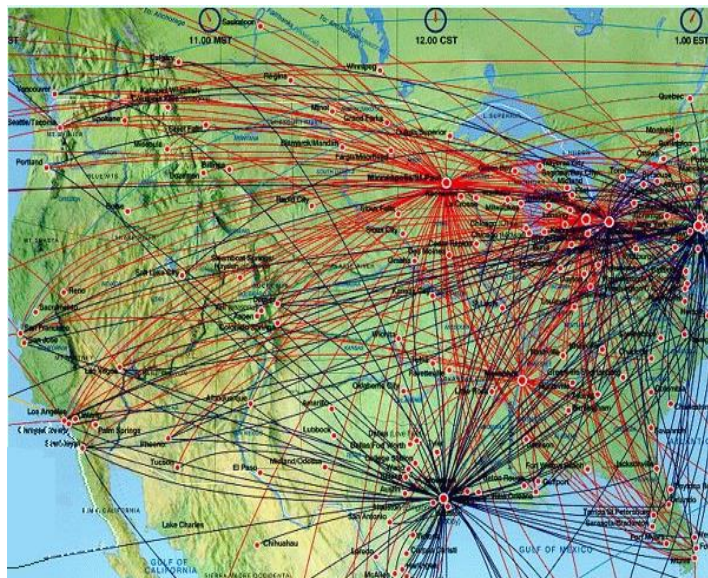
# World Wide Web

**Exponential Network**

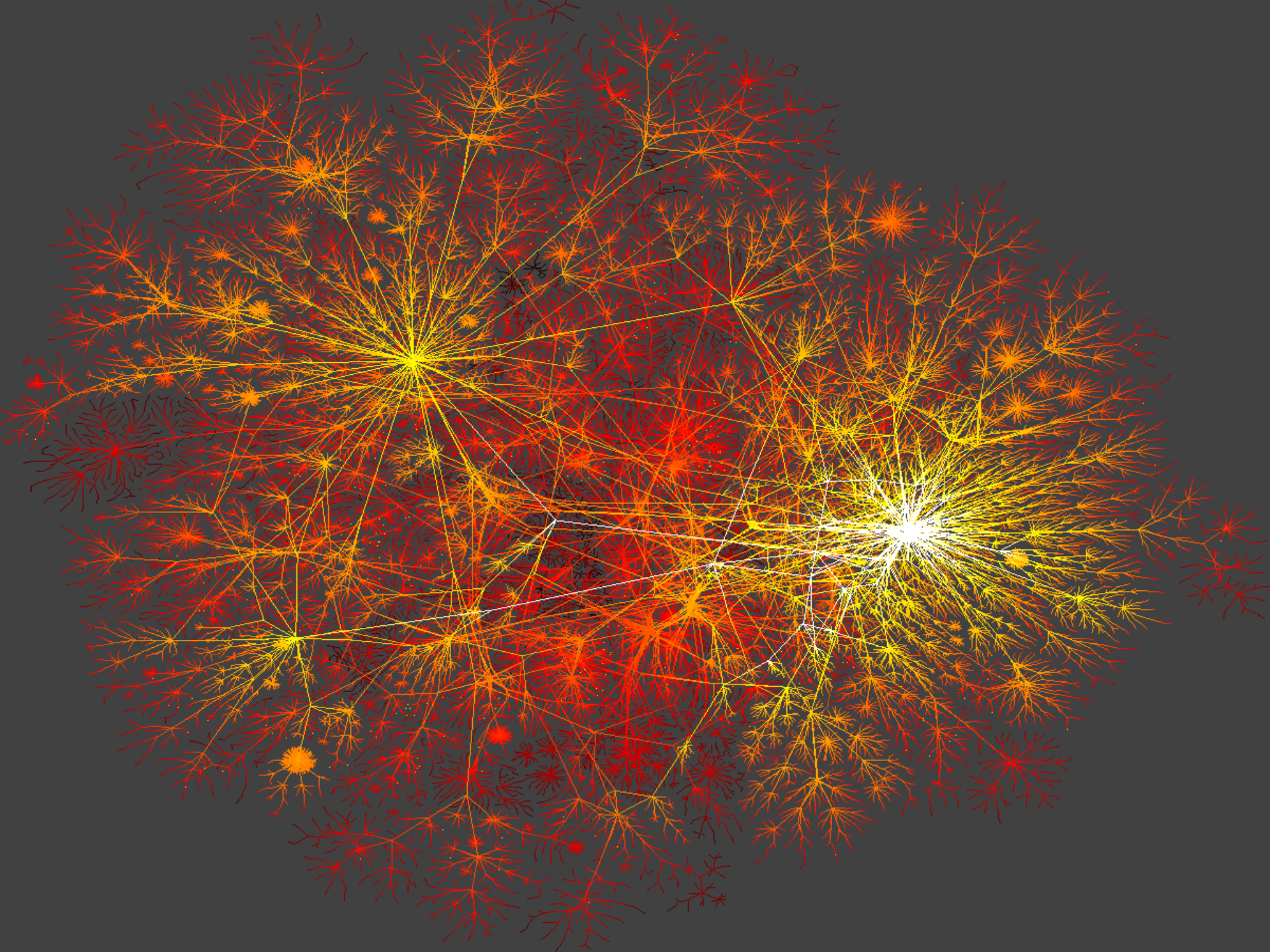


**Expected**

**Scale-free Network**



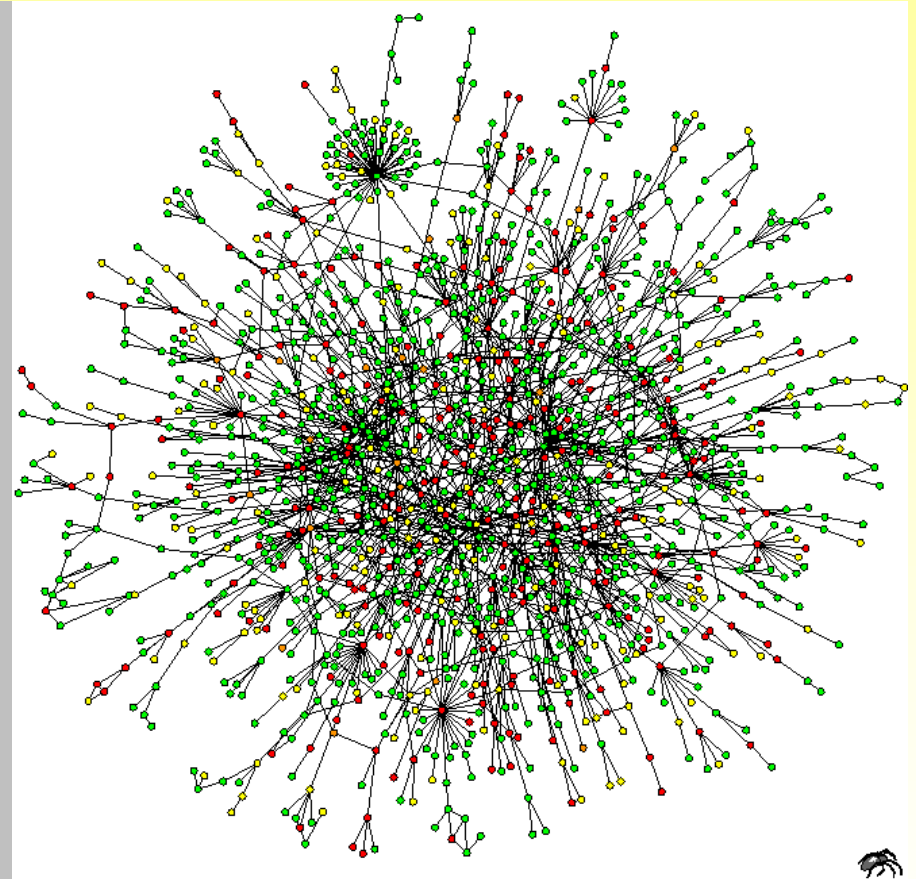
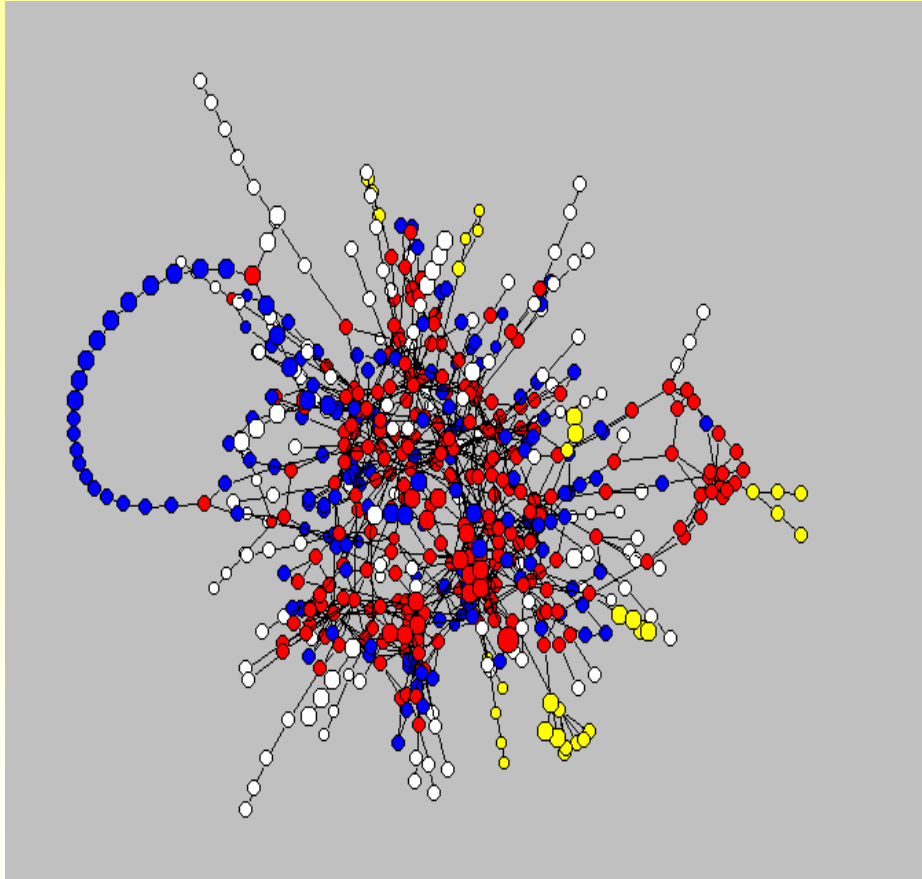
**Found**





# Metabolic Network

# Protein Interactions



Paiek

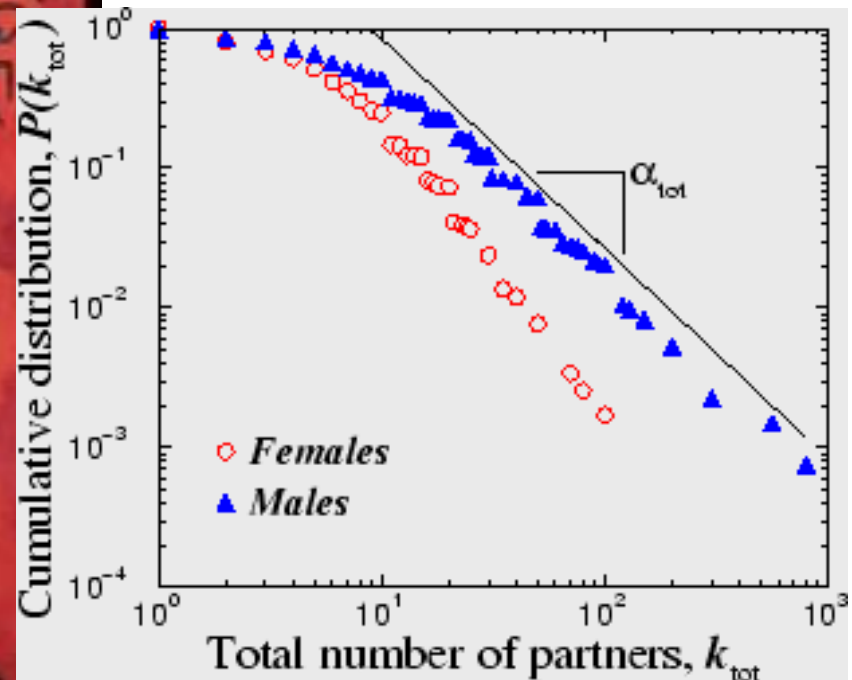


College of Science

# Swedish sex-web

**Nodes:** people (Females; Males)

**Links:** sexual relationships



4781 Swedes; 18-74;  
59% response rate.

Liljeros et al. Nature 2001

# Origin of SF networks: Growth and preferential attachment

(1) Networks continuously expand by the addition of new nodes

WWW : addition of new documents

(2) New nodes prefer to link to highly connected nodes.

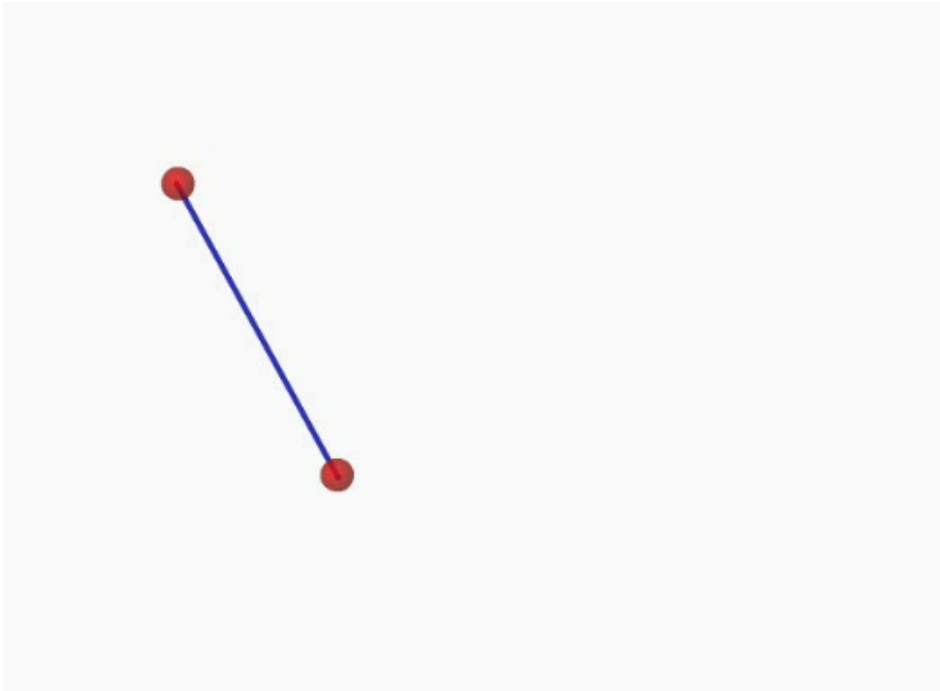
WWW : linking to well known sites

**GROWTH:**

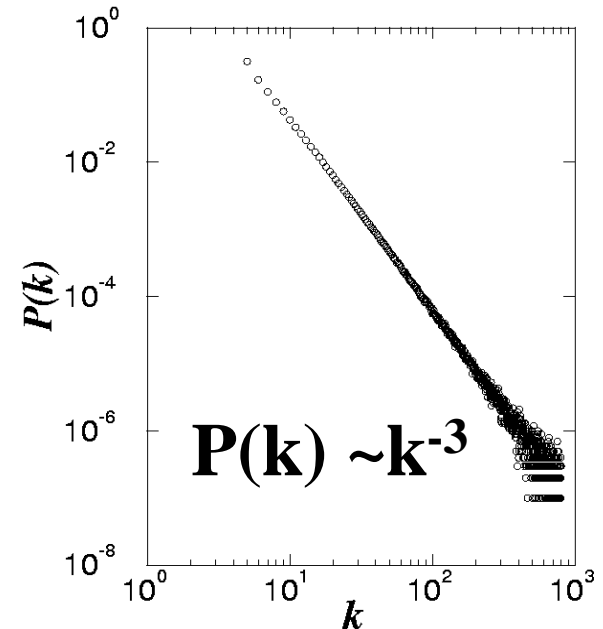
add a new node with  $m$  links

**PREFERENTIAL ATTACHMENT:** the probability that a node connects to a node with  $k$  links is proportional to  $k$ .

$$\Pi(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j k_j}$$



Barabási & Albert, *Science* **286**, 509 (1999)



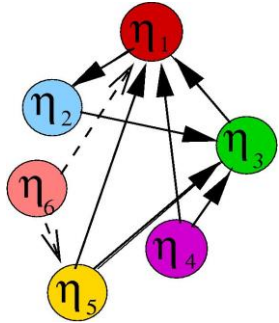
# First Mover Advantage

Network

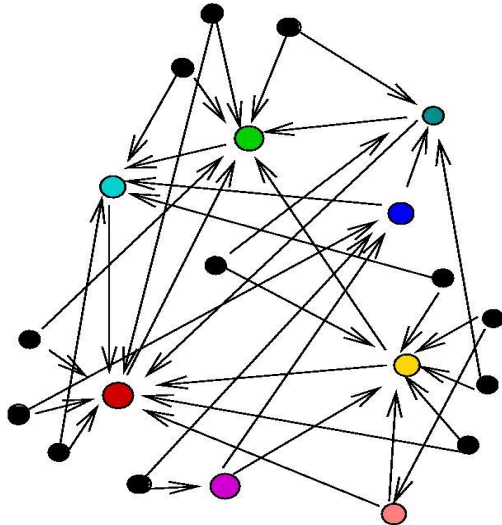
**Scale Free Model:** First mover advantage

**Real Systems:** nodes compete for links

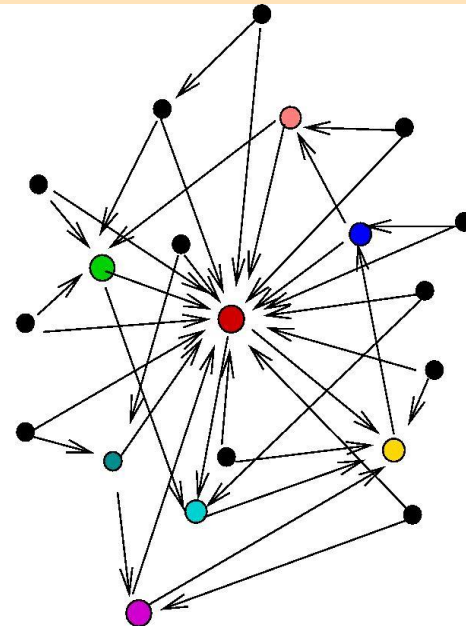
$$\text{Fitness } (\eta): \quad \Pi(k) \sim \eta k$$
$$k(t) \sim t^{\eta a}$$



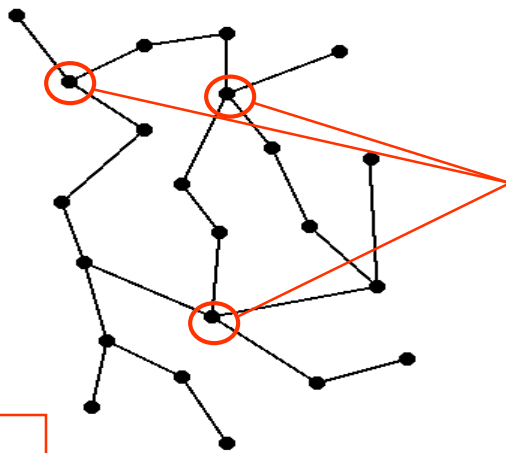
Fit-gets-rich



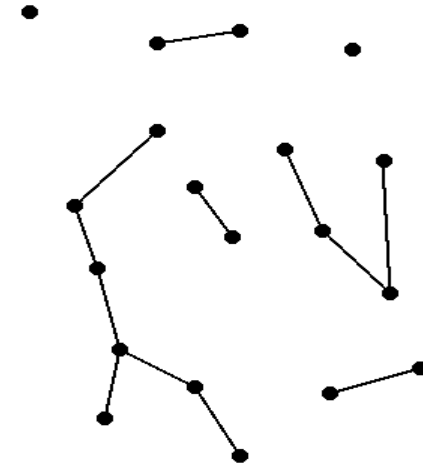
Bose-Einstein condensation



# Robustness and fragility

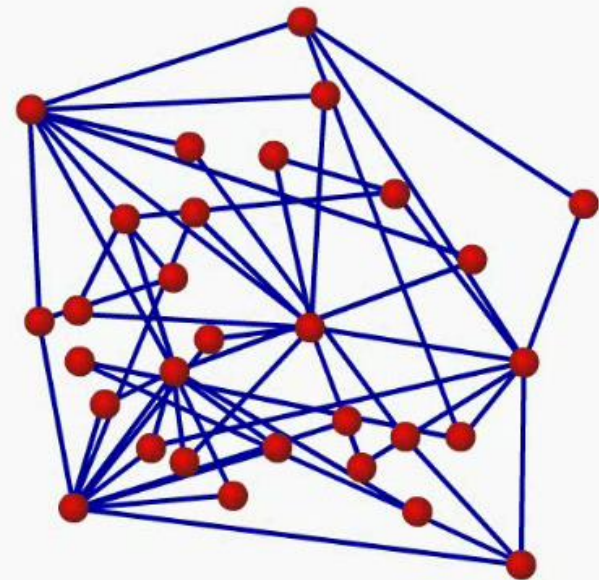
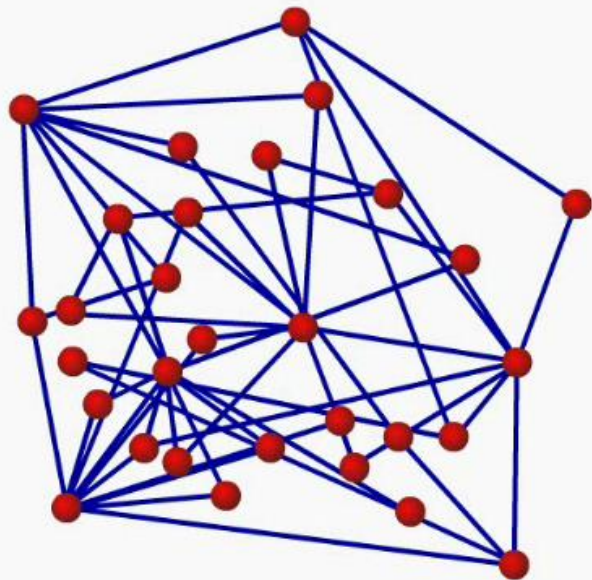


node failure



Attacks

Failures



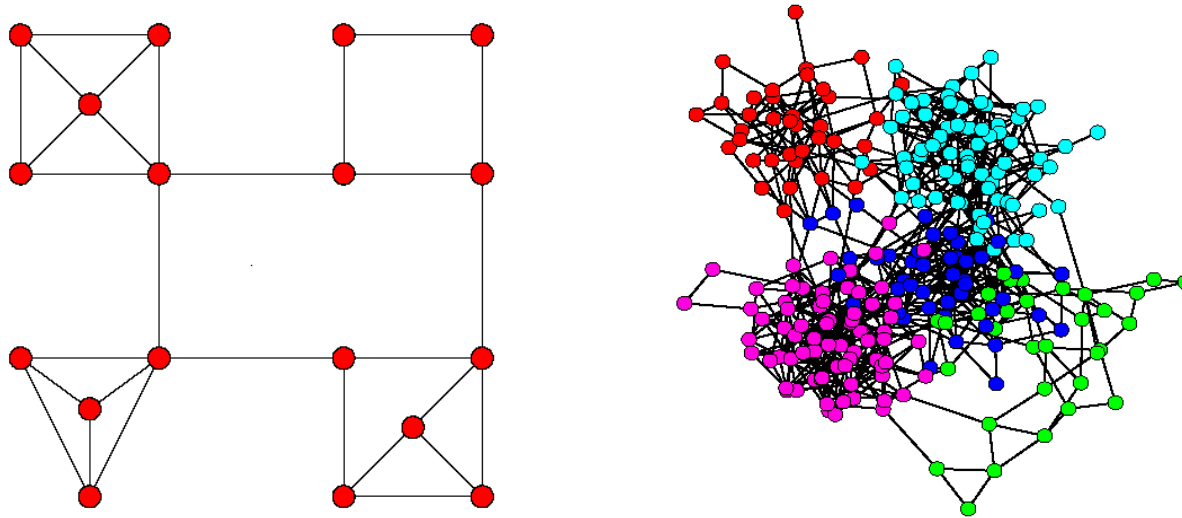
Albert, Jeong, Barabasi, *Nature* 406 378 (2000)

# Modularity

## ➤ Real networks are fragmented into group or modules

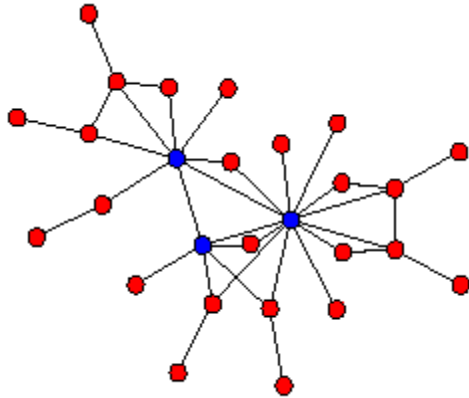
- ❖ **Society:** Granovetter, M. S. (1973) ; Girvan, M., & Newman, M.E.J. (2001); Watts, D. J., Dodds, P. S., & Newman, M. E. J. (2002).
- ❖ **WWW:** Flake, G. W., Lawrence, S., & Giles. C. L. (2000).
- ❖ **Biology:** Hartwell, L.-H., Hopfield, J. J., Leibler, S., & Murray, A. W. (1999).
- ❖ **Internet:** Vasquez, Pastor-Satorras, Vespignani(2001).

## ➤ Traditional view of modularity:

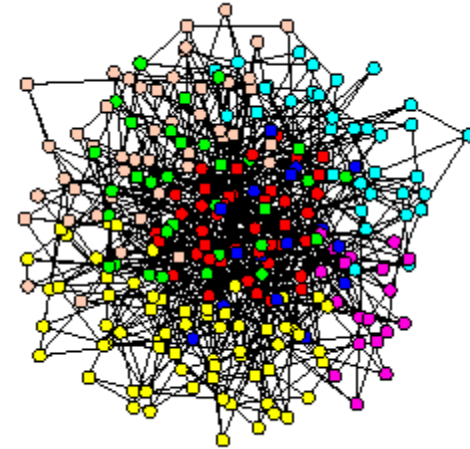


# Modular vs. Scale-free Topology

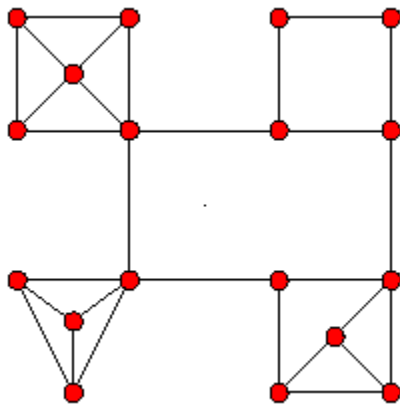
(a)



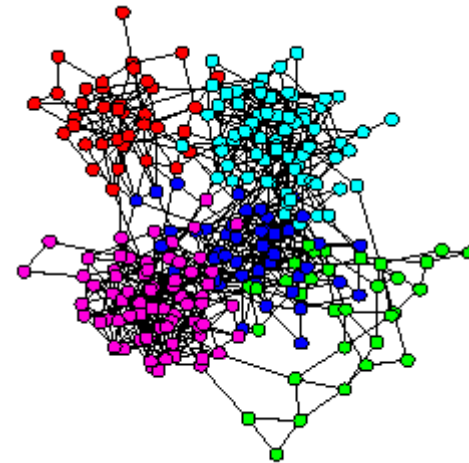
Scale-free



(b)



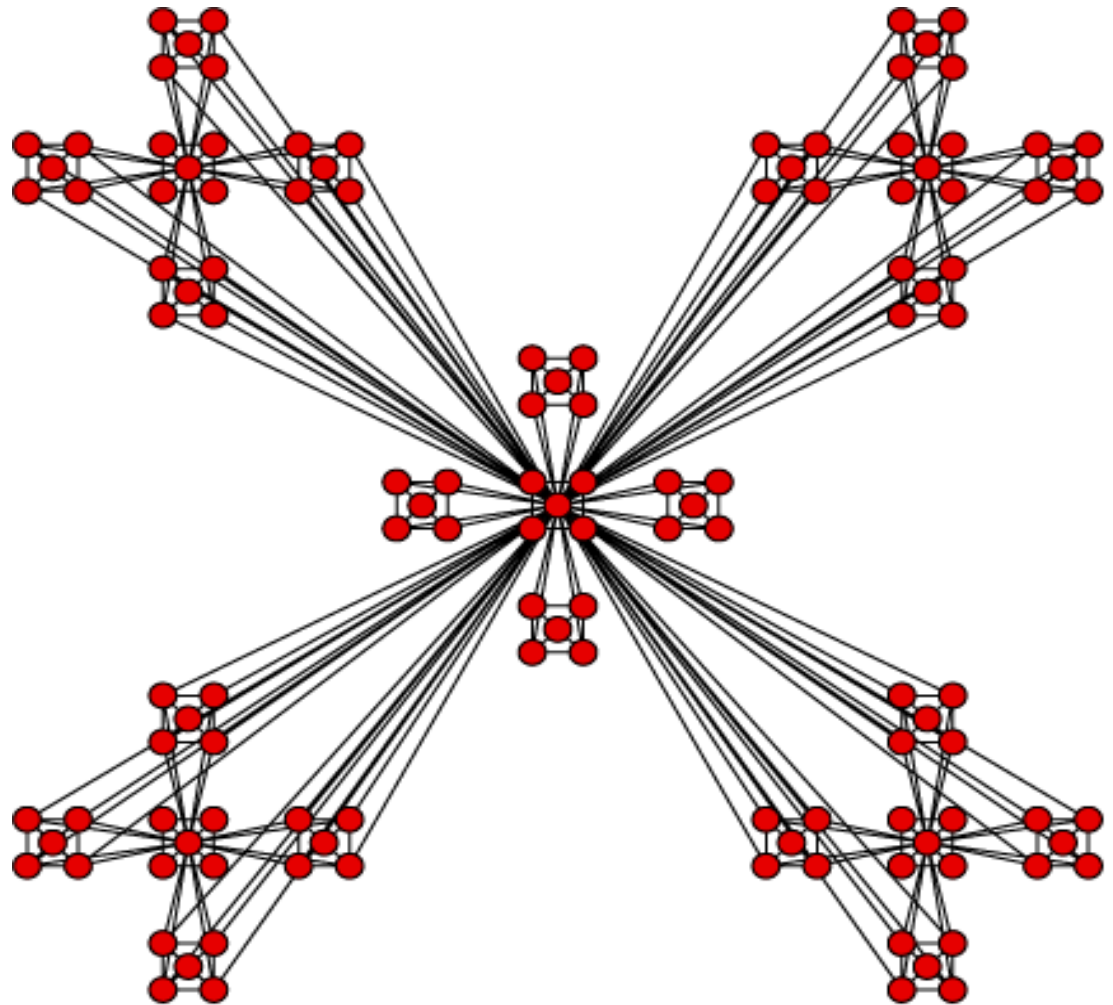
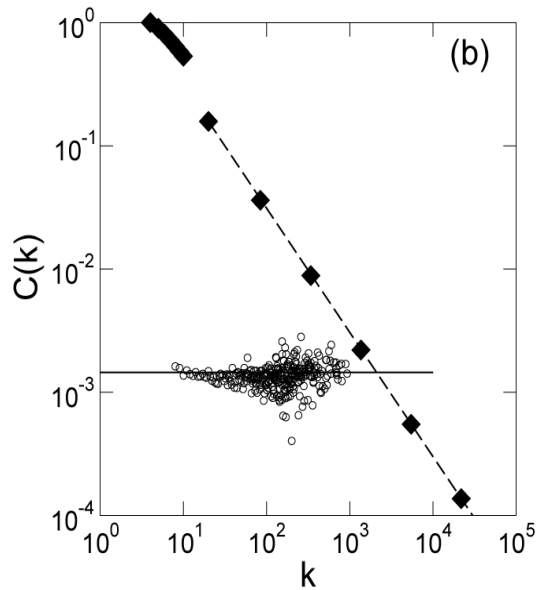
Modular



# Hierarchical Networks

## 3. Clustering coefficient scales

$$C(k) \sim k^{-1}$$

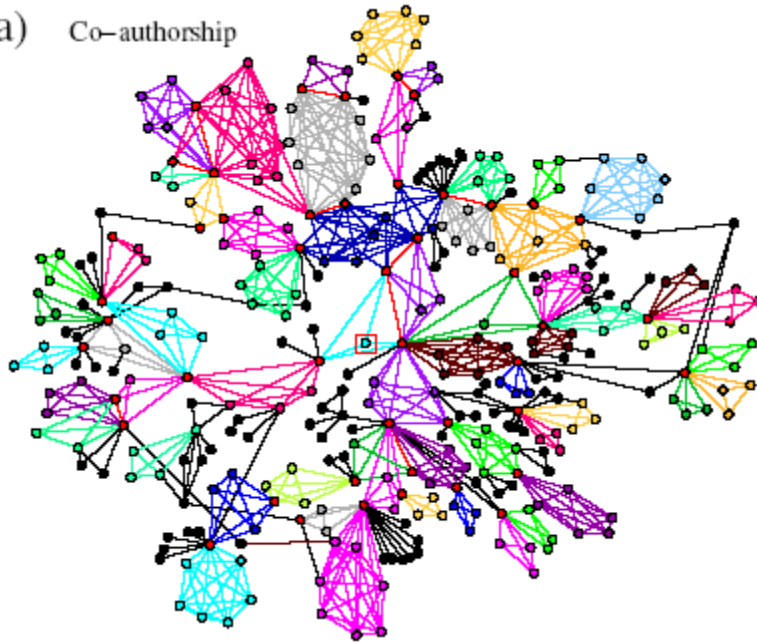


$$C(k) = \frac{\text{\# links between } k \text{ neighbors}}{k(k-1)/2}$$

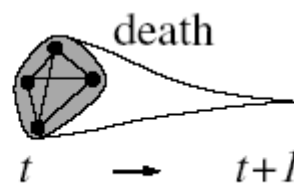
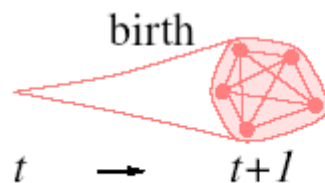
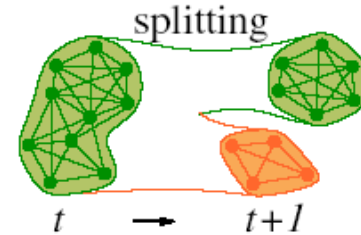
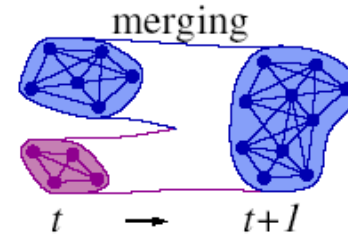
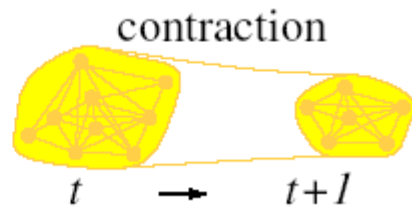
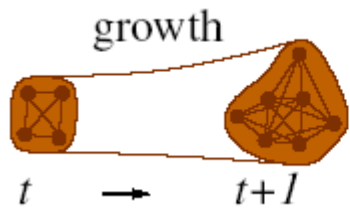
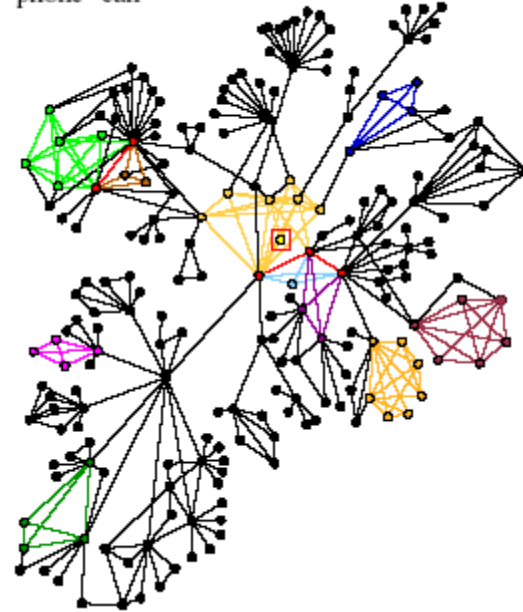


# Finding Overlapping Communities in Networks

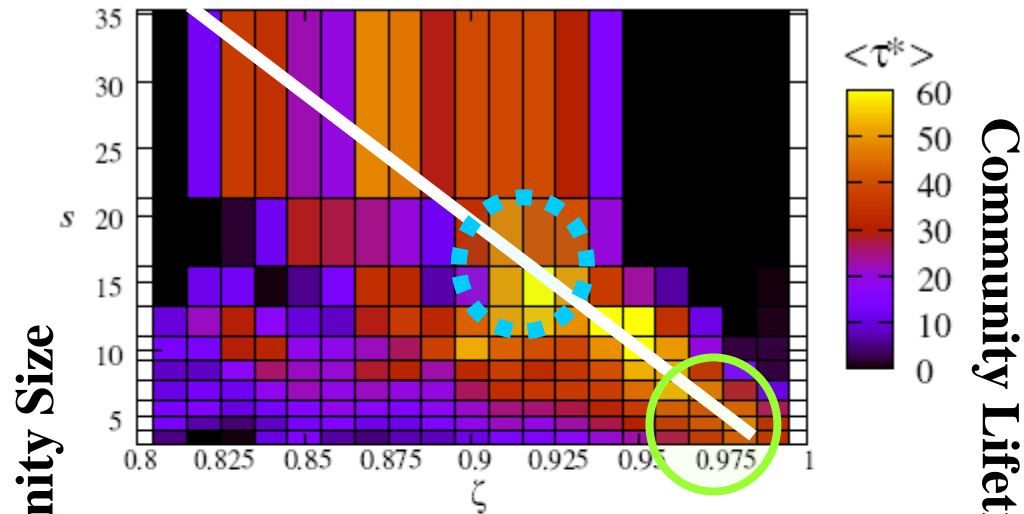
a) Co-authorship



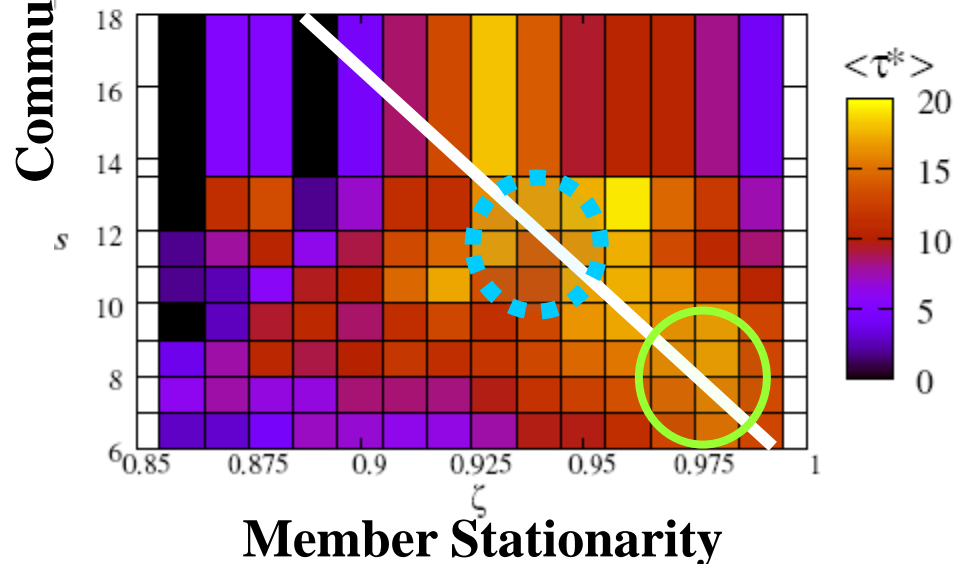
b) phone-call



Co-authorship



Phone



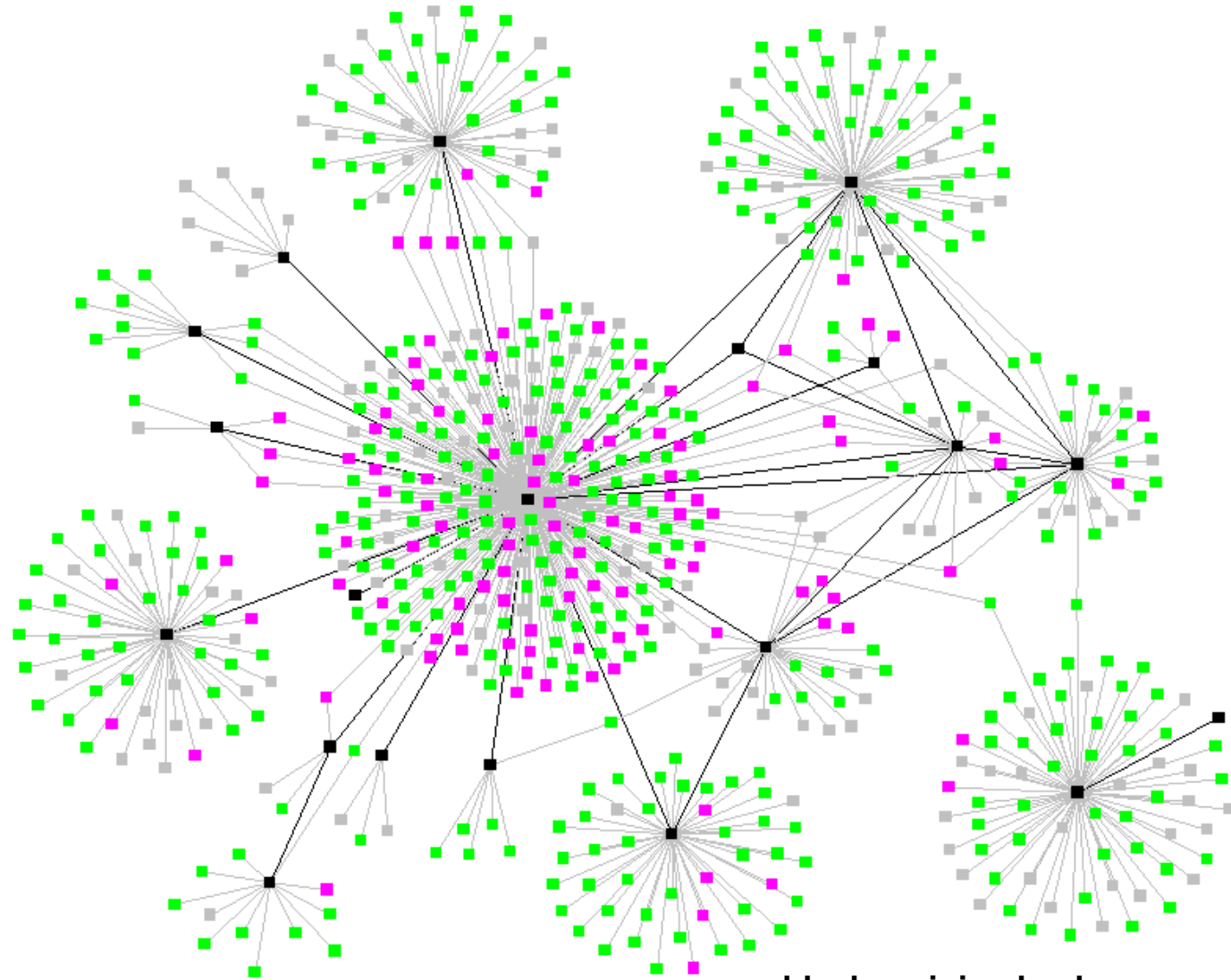
**Small Communities:** long lifetime if members do not change

**Large Communities:** long lifetime if members change rapidly

# Viral marketing

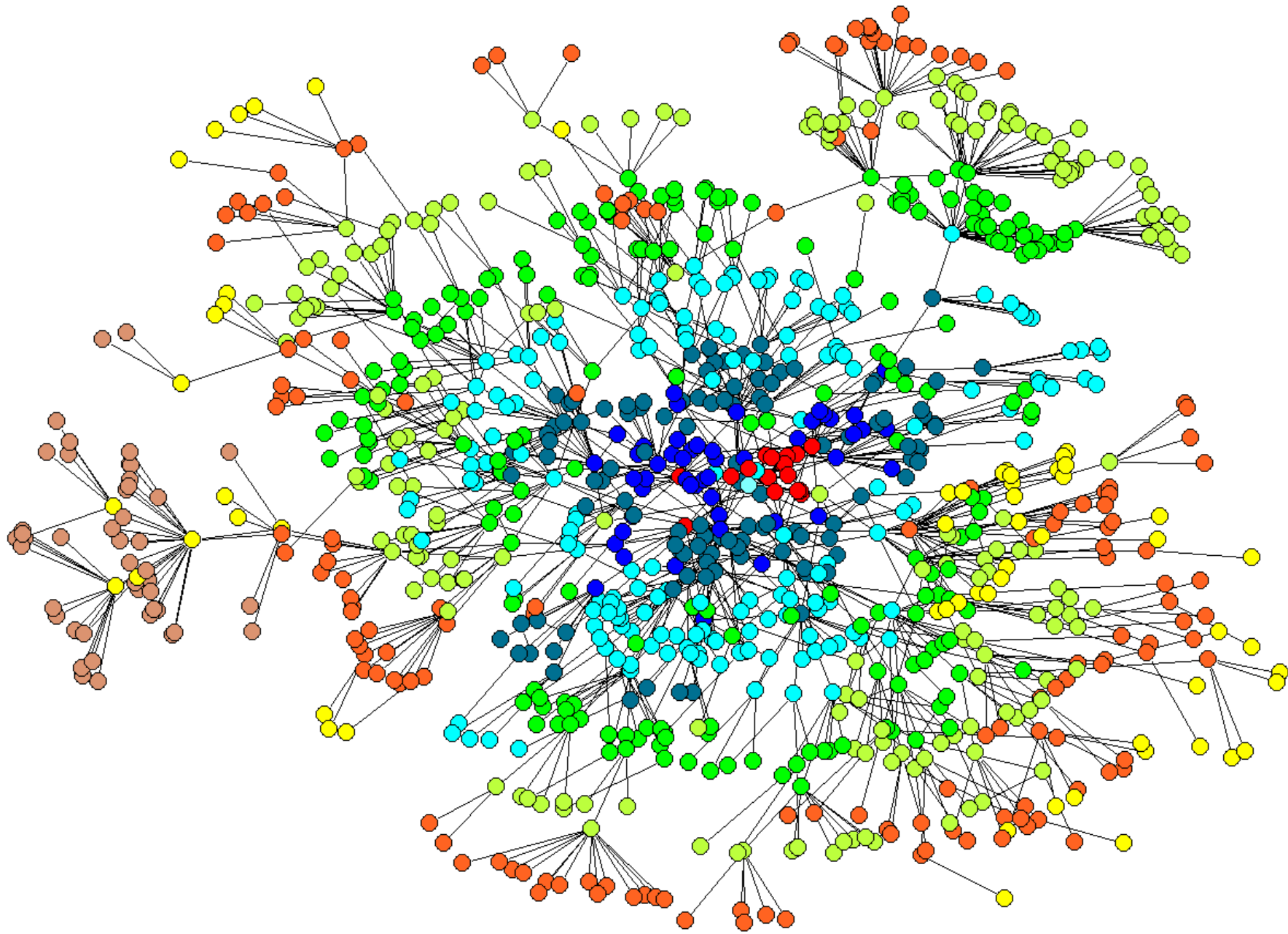
## Hubs:

‘broadcast’ weakly infectious viruses, ideas

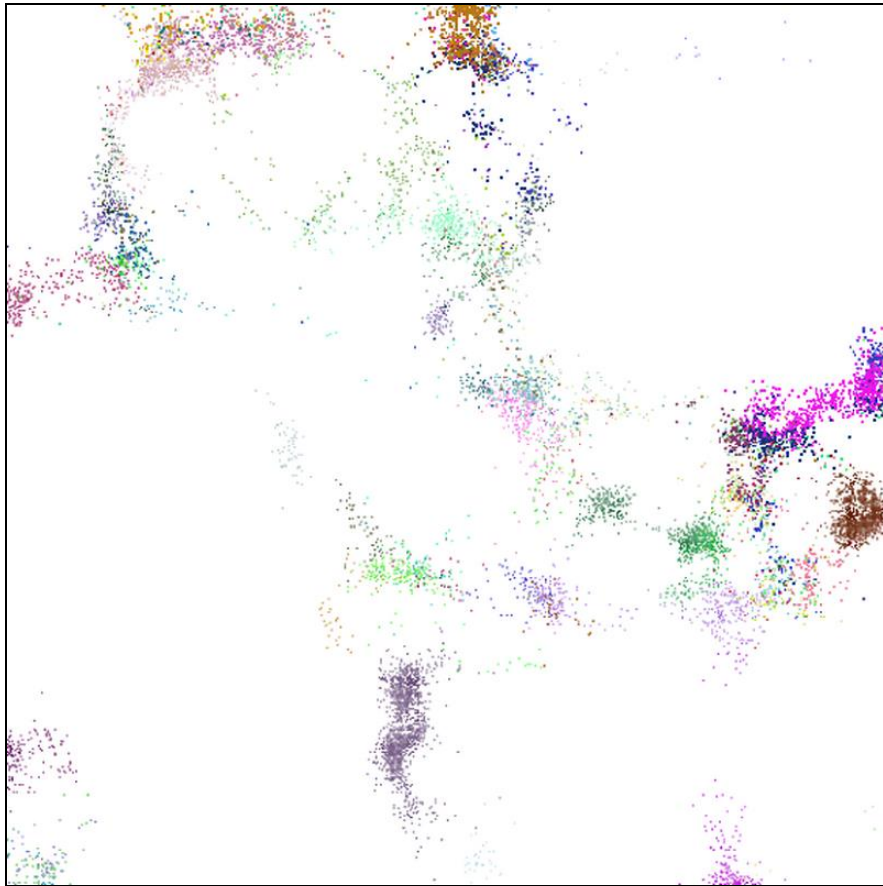


black: opinion leaders  
red: influenced  
green: uninfluenced  
grey: undecided

<http://www.orgnet.com>

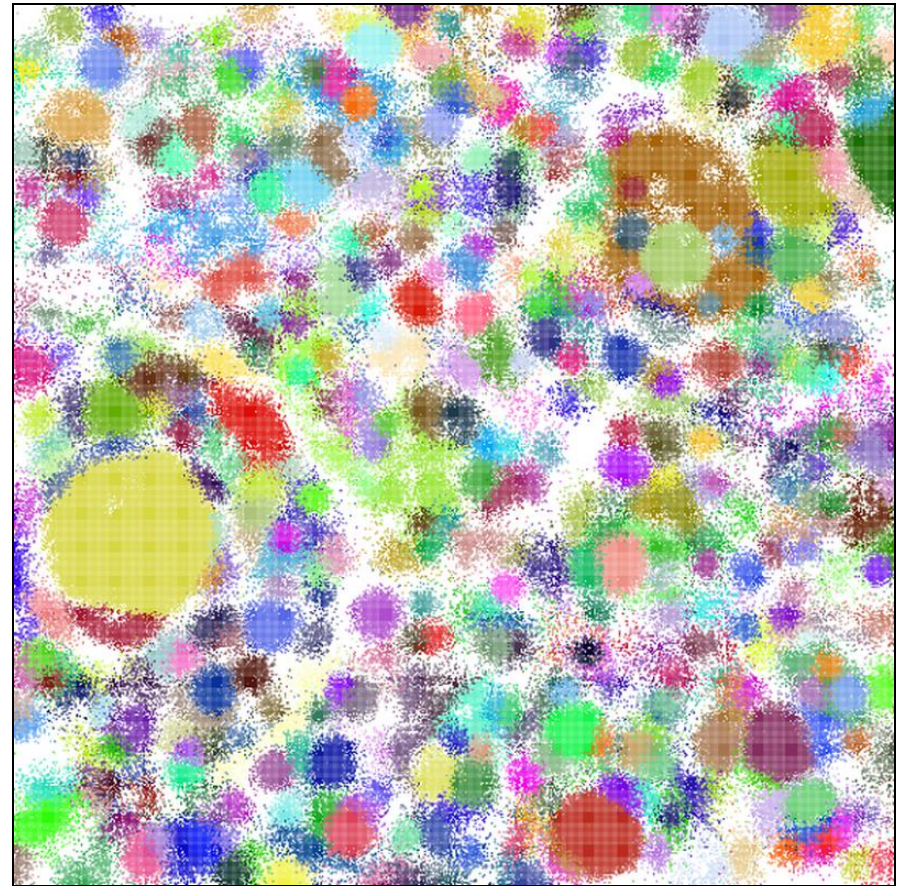


500 randomly chosen users



Day ■

500 *most active* users



Day ■



**Kattints!**  
az eredetire

Csatornák  
Itthon  
Nagyvilág  
Üzleti Negyed  
Sport  
Techbázis  
Filmklub  
Autó  
Női Lapozó  
Tudomány  
Tévé

Időjárás  
Zene  
Programajánló  
Ingatlan  
Babázó  
Egészség  
Szex (18+)

ÚJ! Otthon - design

Szolgáltatások  
Fórum  
Klikkbank  
Utazás  
Állás

Apróhirdetés

ÚJ! Jármű apró

Ingatlan apró  
Szoftverbázis  
Tévéműsor  
Moziműsor  
Vásárlás

ÚJ! Kötelező 2007

Chat.hu

ÚJ! love.origo.hu

Fotókidolgozás  
Tudakozók  
[o]-mobil  
Honfoglaló  
ÚJ! Horoszkóp

internet  angol szótár  linktár

**KERESÉS**

★ websztár: [Red Hot a nyerő?](#) | [Most keresik!](#)



### Demszkyre ragad a kegyvesztett BKV-vezér ügye

A BKV vezetőjének sorsa megpecsételődött, viszont a többi párt nem akar asszisztálni Demszky-nek. Aba Botondot mindenki kirúgná, de közben folyton dicsérik.

#### Fórum: Mit gondol a BKV-ról?

- [Hacker-támadás a netrisk.hu ellen](#)
- [Részben kiderülhetnek a zavargásos titkok](#)
- [Elítéltek egy kövel dobálózó gimnazistát](#)
- [Három év után magyar gól a BL-ben](#)
- [Májat növesztettek összejtekéből](#)
- [Viharos széllel érkezik a tél - időjárás](#)

#### [origo] legfrissebb

- 13:51 | [FÉSZ: jogosulatlantól büntetést](#)
- 13:44 | [Tizenkét évet kapott a késelő gyilkos](#)
- 13:42 | [Reese és Ryan: sok pénz és egy szerető](#)
- 13:41 | [Jó szoftver kísérvé útját](#)
- 13:34 | [Többmenetes szex \(18+\)](#)

» még több hír a Hírcentrumban

## SZABAD NET HÍRADÓ

1956.  
november 2.



### Kádár Moszkvában jelent

Kádár az SZKP KB Elnöksége kibővített ülésén jelenti: a helyzet "óráról órára jobbratolódik".

- [Andropov nagykövet titkos jelentése](#)
- [Megalakult Magyar Labdarúgó Szövetség](#)

### álomsláger

Véget ért a szavazás, megvan az ország kedvenc slágere!



A belépés elutasítva  
Minden a vízumügyintézésről

### Nagyvilág

- [Csak szóban finnyás a kínzásokkal London](#)
- [A róla szóló híreket lesi a rajzolt Sarkozy](#)

### Üzleti Negyed

- [A fogkrém is gyanús lehet Ferihegyen](#)

### Autó

- [Kémfotók a legerősebb Audi TT-ről](#)

### Sport

- [Ancelotti szerint Kaká a világ legjobbja](#)

### Techbázis

- [A legkönnyebb laptop](#)

### Szórakozás

- [Elmarad a Megatánc](#)
- [Elhunyt William Styron](#)



[freemail]

név

jelszó

**BELÉPÉS**

Nincs [freemail] címe?  
[Szerezzen magának!](#)

hirdetés



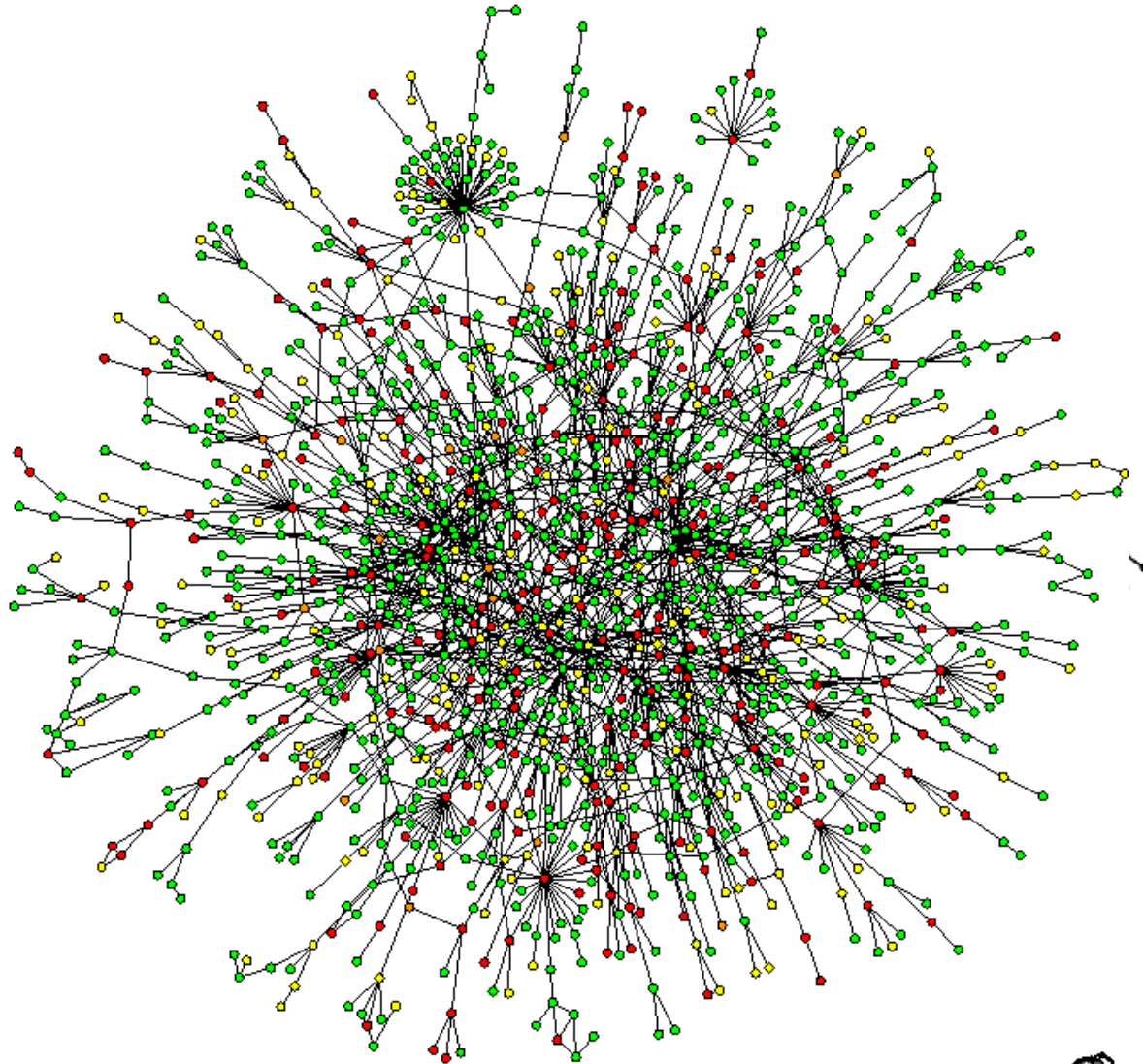
hirdetés

- [Szilveszter és síelés Ausztriában!](#)
- [Adventi és karácsonyi körutazások](#)
- [25% kedvezmény minden könyvre!](#)
- [Paskál Park - Zuqló! Elérhető áron](#)
- [A legjobb akciós utazások oldala!](#)
- [Egzotikus Lakberendezés!](#)
- [Új Lakások, Új árak!](#)
- [50 féle MP3, már](#)



# News portal as a network

(origo.hu)



933 nodes



**Kattints!**  
az eredetire

- Csatornák
- Itthon
- Nagyvilág
- Üzleti Negyed
- Sport
- Techbázis
- Filmklub
- Autó
- Női Lapozó
- Tudomány
- Tévé
- Időjárás
- Zene
- Programajánló
- Ingtalan
- Babázó
- Egészség
- Szex (18+)
- ÚJ! Otthon - design
- Szolgáltatások
- Fórum
- Klikkbank
- Utazás
- Állás
- Apróhirdetés
- ÚJ! Jármű apró
- Ingatlan apró
- Szoftverbázis
- Tévéműsor
- Moziműsor
- Vásárlás
- ÚJ! Kötelező 2007
- Chat.hu
- ÚJ! love.origo.hu
- Fotókidolgozás
- Tudakozók
- [o]-mobil
- Honfoglaló
- ÚJ! Horoszkóp

internet  angol szótár  linktár

★ websztrár: [Red Hot a nyerő?](#) | [Most keresik!](#)



**Demszkyre ragad a kegyvesztett BKV-vezér ügye**

A BKV vezetőjének sorsa megpecsételődött, viszont a többi párt nem akar asszisztálni Demszky-nek. Aba Botondot mindenki kirúgná, de közben folyton dicsérik.

**Fórum: Mit gondol a BKV-ról?**

- [Hacker-támadás a netrisk.hu ellen](#)
- [Részben kiderülhetnek a zavargásos titkok](#)
- [Elítéltek egy közel dobálózó gimnazistát](#)
- [Három év után magyar gól a BL-ben](#)
- [Májat növesztettek összejtekéből](#)
- [Viharos széllel érkezik a tél - időjárás](#)

**[origo] legfrissebb**

- 13:51 | [FÉSZ: jogosulatlantól büntetést](#)
- 13:44 | [Tizenkét évet kapott a késelő gyilkos](#)
- 13:42 | [Reese és Ryan: sok pénz és egy szerető](#)
- 13:41 | [Jó szoftver kísérvé útját](#)
- 13:34 | [Többmenetes szex \(18+\)](#)

» még több hír a Hírcentrumban

**SZABAD NET HÍRADÓ**

1956. november 2.



**Kádár Moszkvában jelent**

Kádár az SZKP KB Elnöksége kibővített ülésén jelenti: a helyzet "óráról órára jobbratolódik".

- [Andropov nagykövet titkos jelentése](#)
- [Megalakult Magyar Labdarúgó Szövetség](#)

**álomsláger**

Véget ért a szavazás, megvan az ország kedvenc slágere!



A belépés elutasítva Minden a vízumügyintézésről

**Nagyvilág**

- [Csak szóban finnyás a kínzásokkal London](#)
- [A róla szóló híreket lesi a rajzolt Sarkozy](#)

**Üzleti Negyed**

- [A fogkrém is gyanús lehet Ferihegyen](#)

**Autó**

- [Kémfotók a legerősebb Audi TT-ről](#)

**Sport**

- [Ancelotti szerint Kaká a világ legjobbja](#)

**Techbázis**

- [A legkönnyebb laptop](#)

**Szórakozás**

- [Elmarad a Megatánc](#)
- [Elhunyt William Styron](#)



[freemail]

név

jelszó

Nincs [freemail] címe?  
[Szerezzen magának!](#)

hirdetés



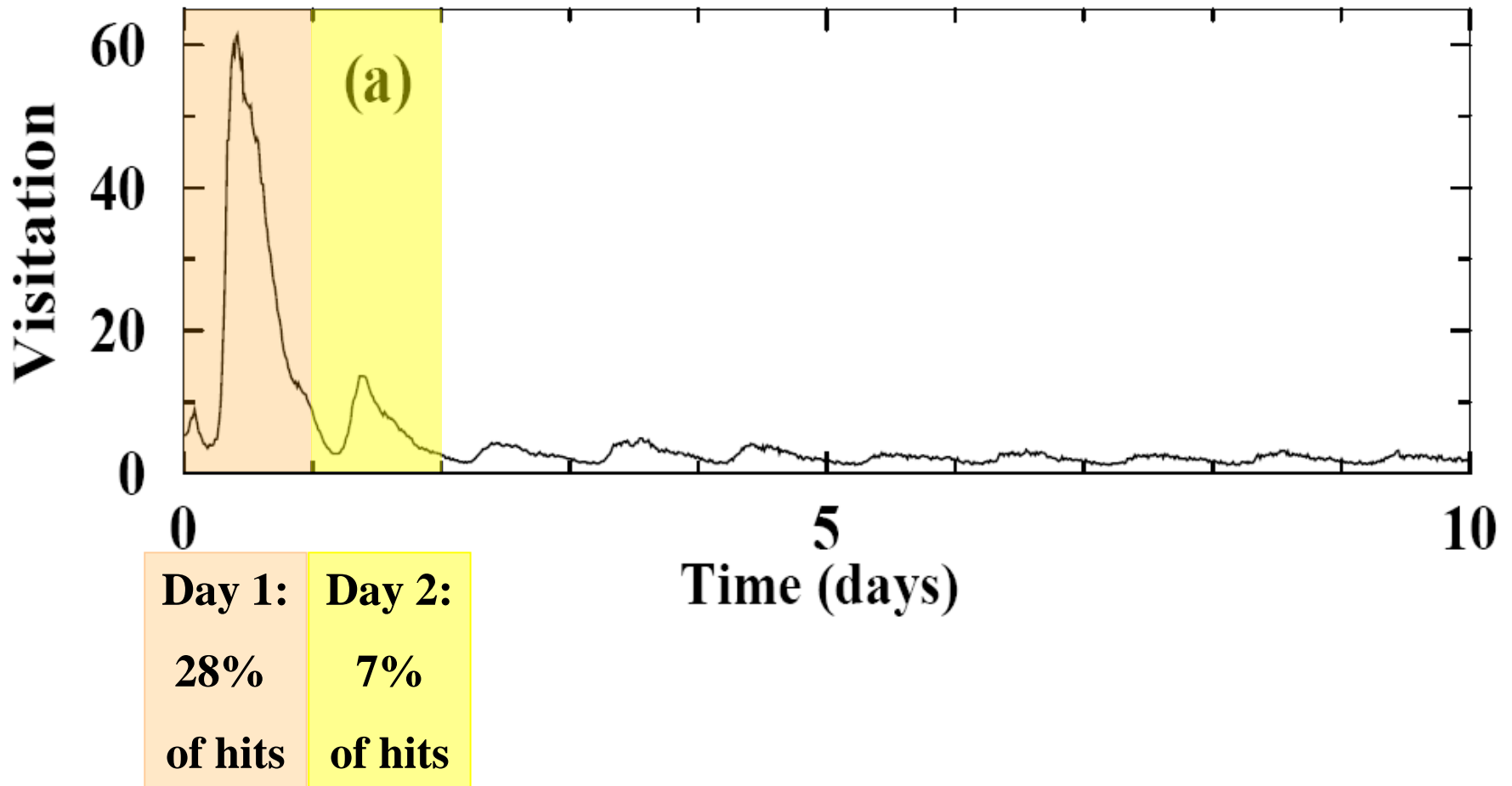
hirdetés

- [Szilveszter és síelés Ausztriában!](#)
- [Adventi és karácsonyi körutazások](#)
- [25% kedvezmény minden könyvre!](#)
- [Paskál Park - Zuqló! Elérhető áron](#)
- [A legjobb akciós utazások oldala!](#)
- [Egzotikus Lakberendezés!](#)
- [Új Lakások, Új árak!](#)
- [50 féle MP3, már](#)





# Visitation of a typical document



Typical user: 26 clicks/day

## Poisson process

---

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 (days)

Prediction: typical decay time of a doc. ~ 36 minutes.

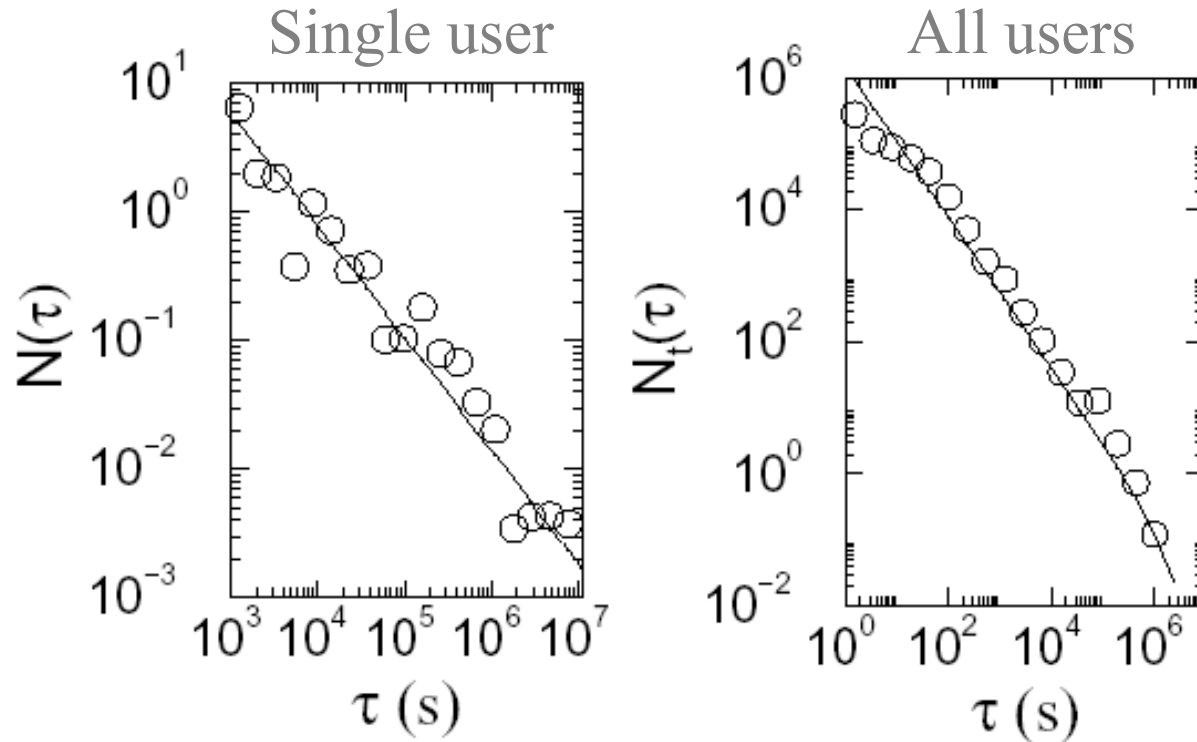
Measurement: 2,100 minutes  
(~ 36 hours)

## E-mail pattern

---

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 (days)

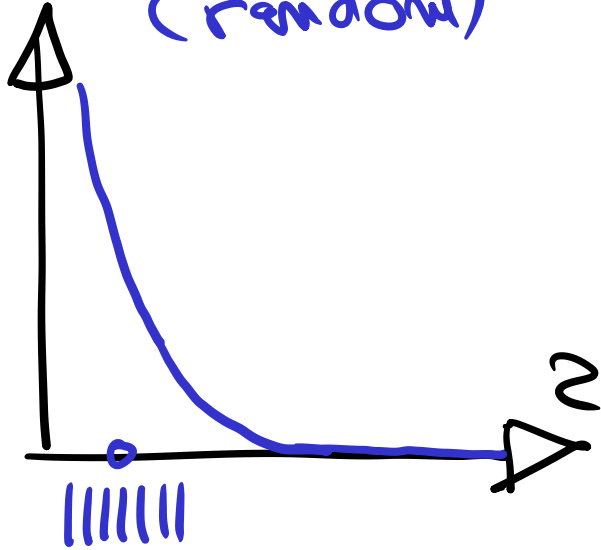
# Web Browsing



- Number of users: 250,000
- Number of events: 22,000,000
- Time period: 1 month
- Time resolution: 1 second

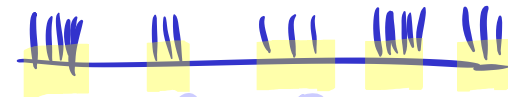
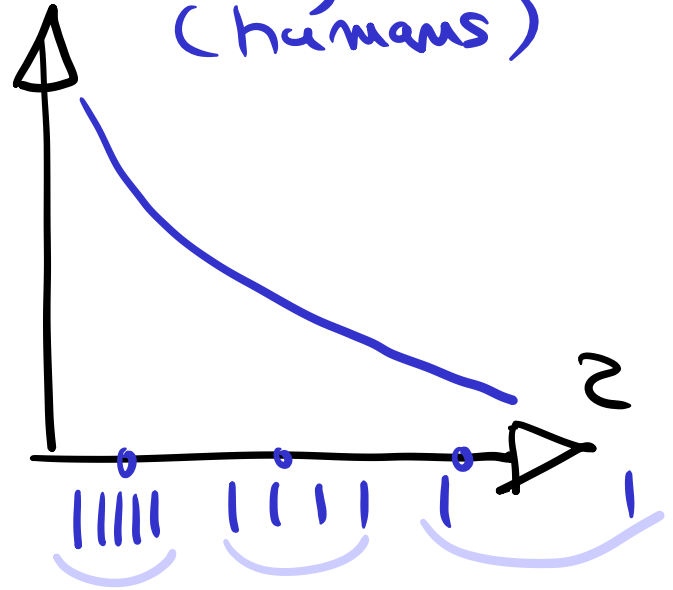
Dezső et al., Phys. Rev. E 2006

Poisson  
(random)



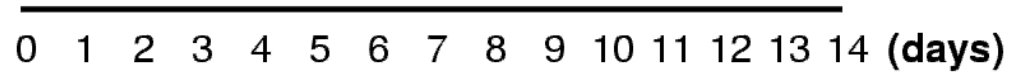
random but uniform

Long Tail  
(humans)

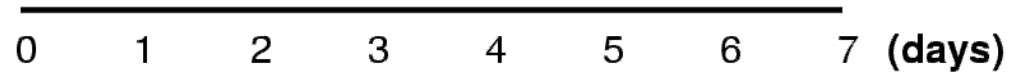


Bursts!

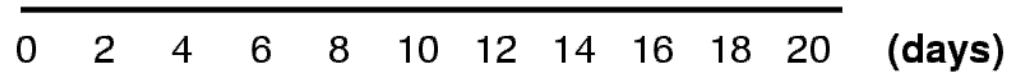
## E-mail pattern



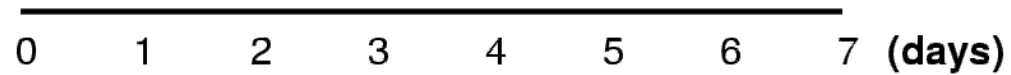
## Library loan



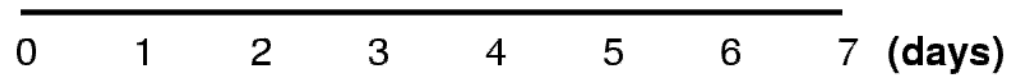
## Document printing



## Webpage view



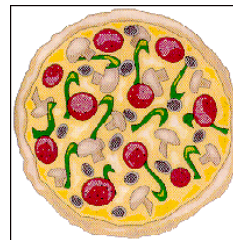
## Cell-phone calls

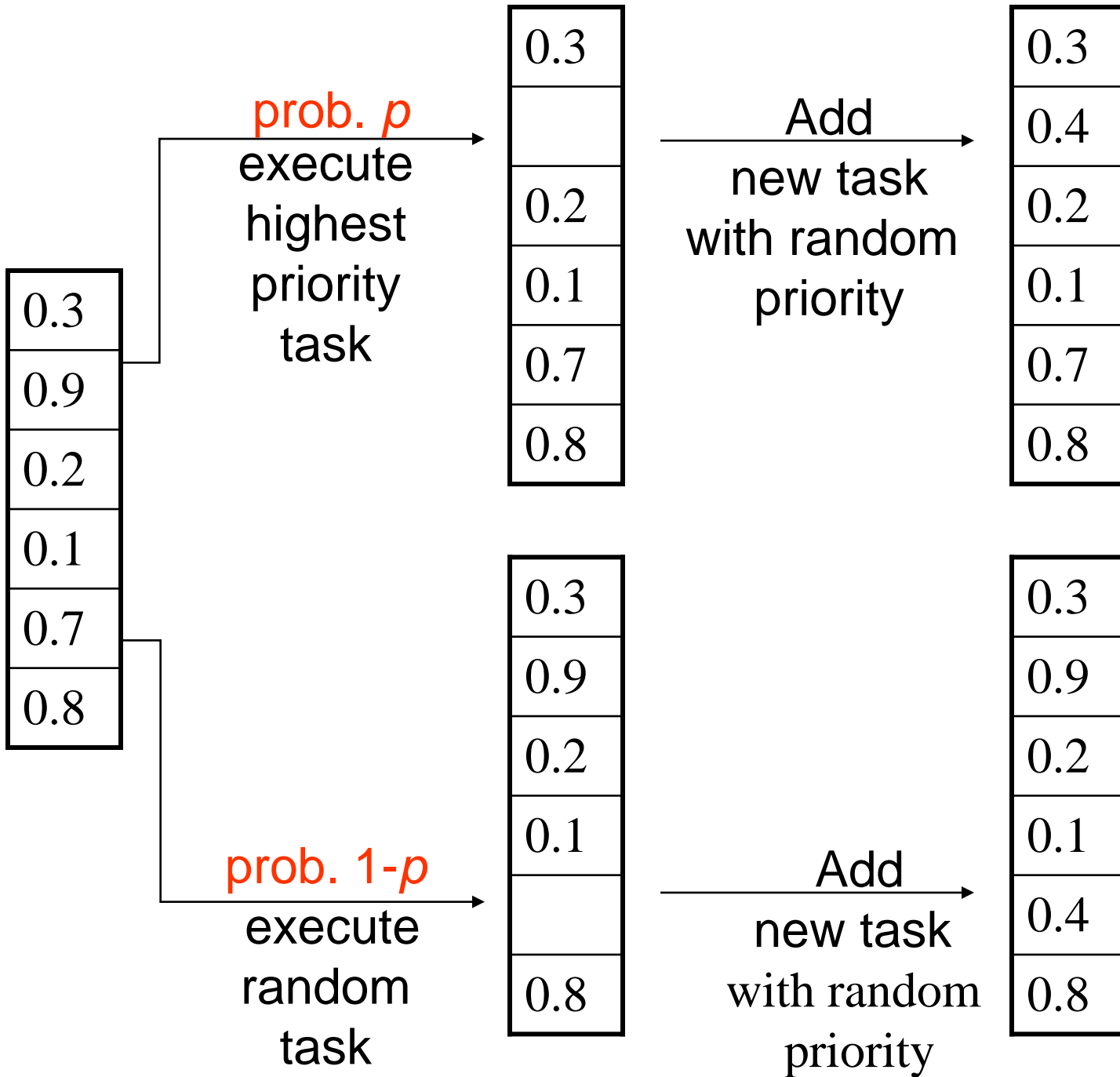


## To do list

- Clean the house
- Work on a paper
- Call the dentist
- Get a date
- Check emails
- Read a book

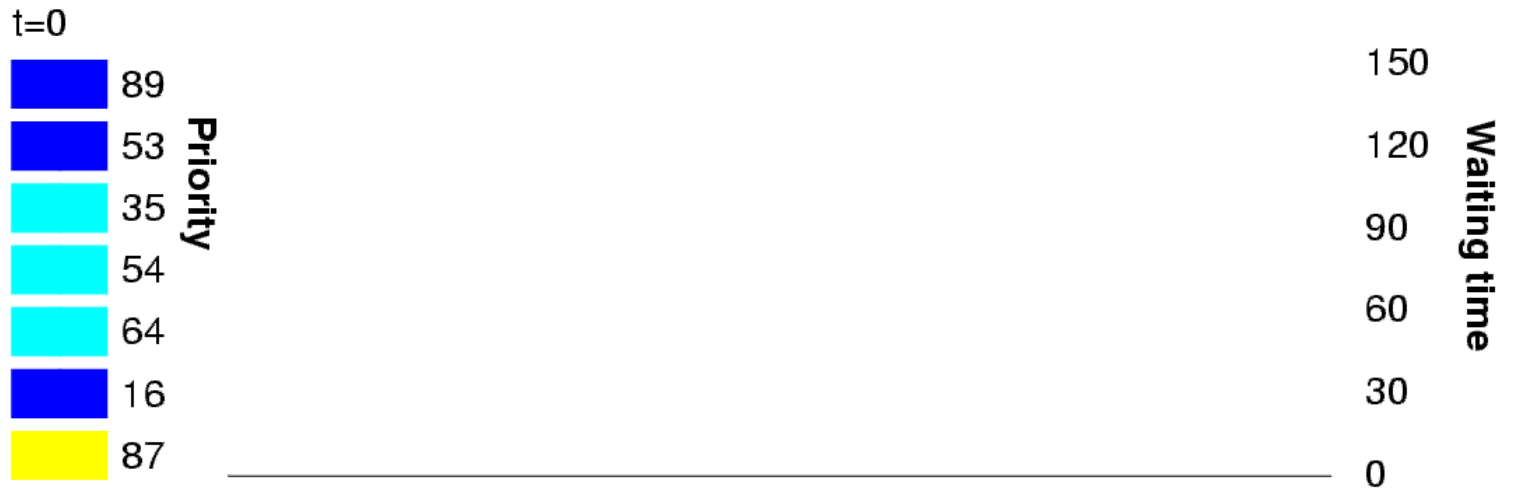
Random order	First In First Out	With priorities
1	1	0.3
6	2	0.9
3	3	0.2
4	4	0.1
5	5	0.7
2	6	0.8



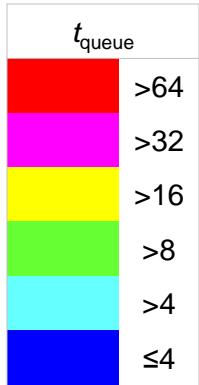
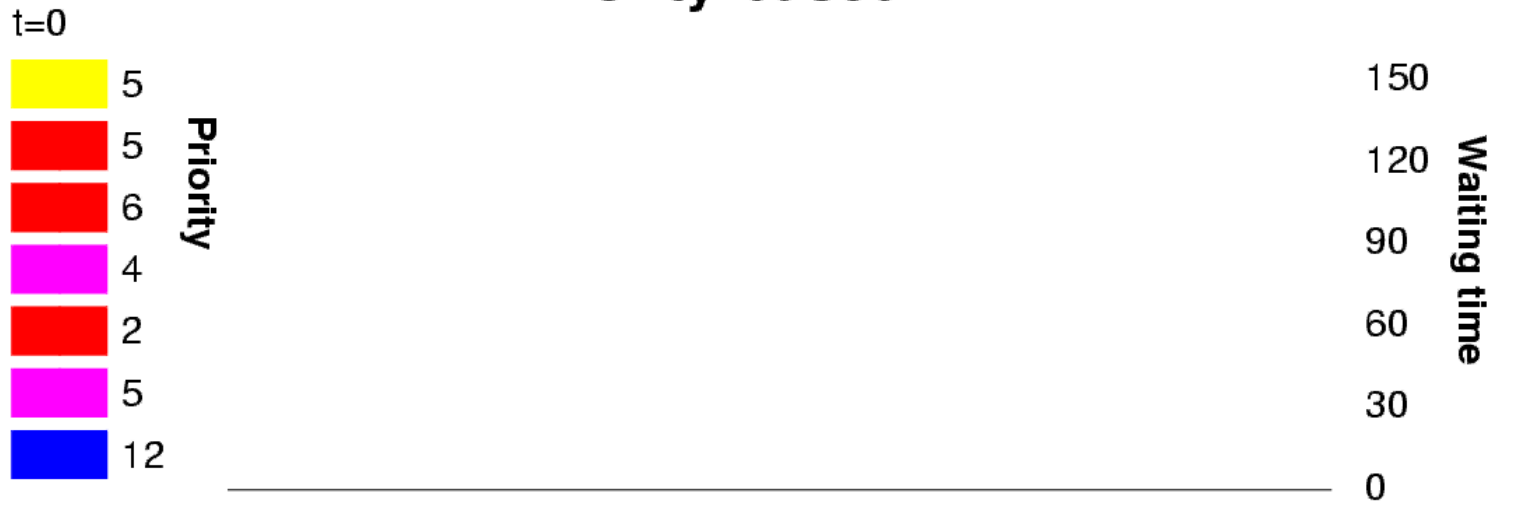


How long will a task wait on the list?

# Random execution

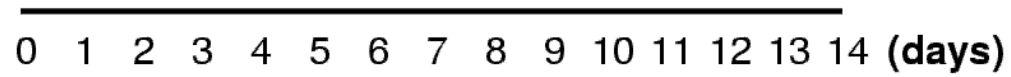


# Priority-based

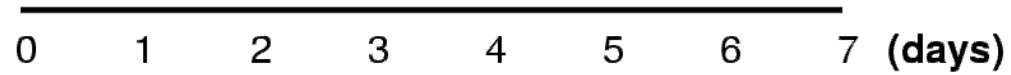




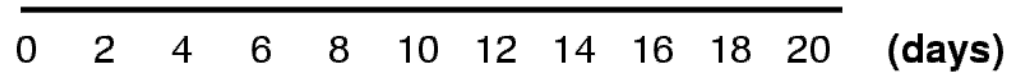
## E-mail pattern



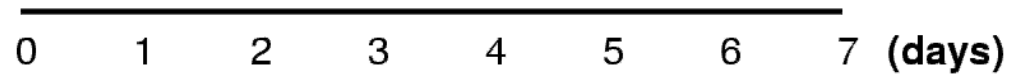
## Library loan



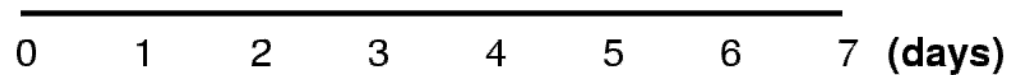
## Document printing

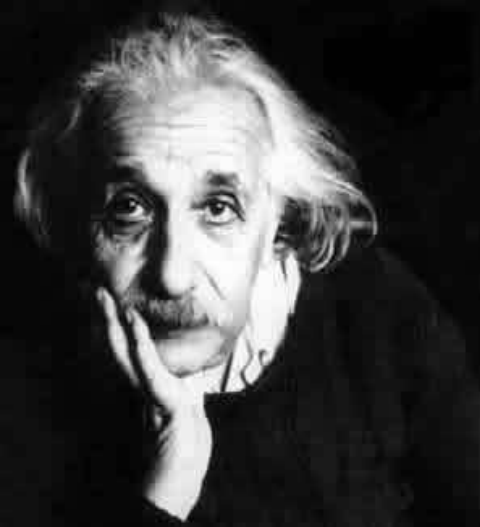


## Webpage view

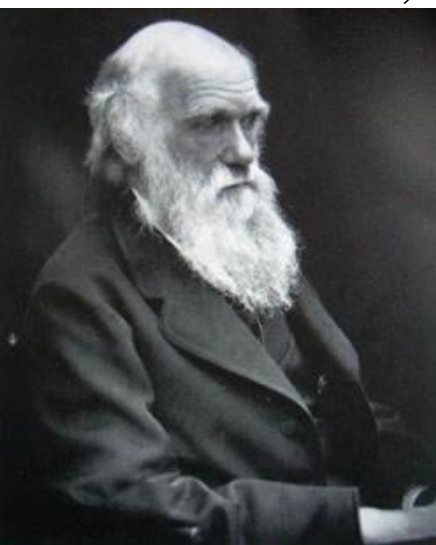


## Cell-phone calls

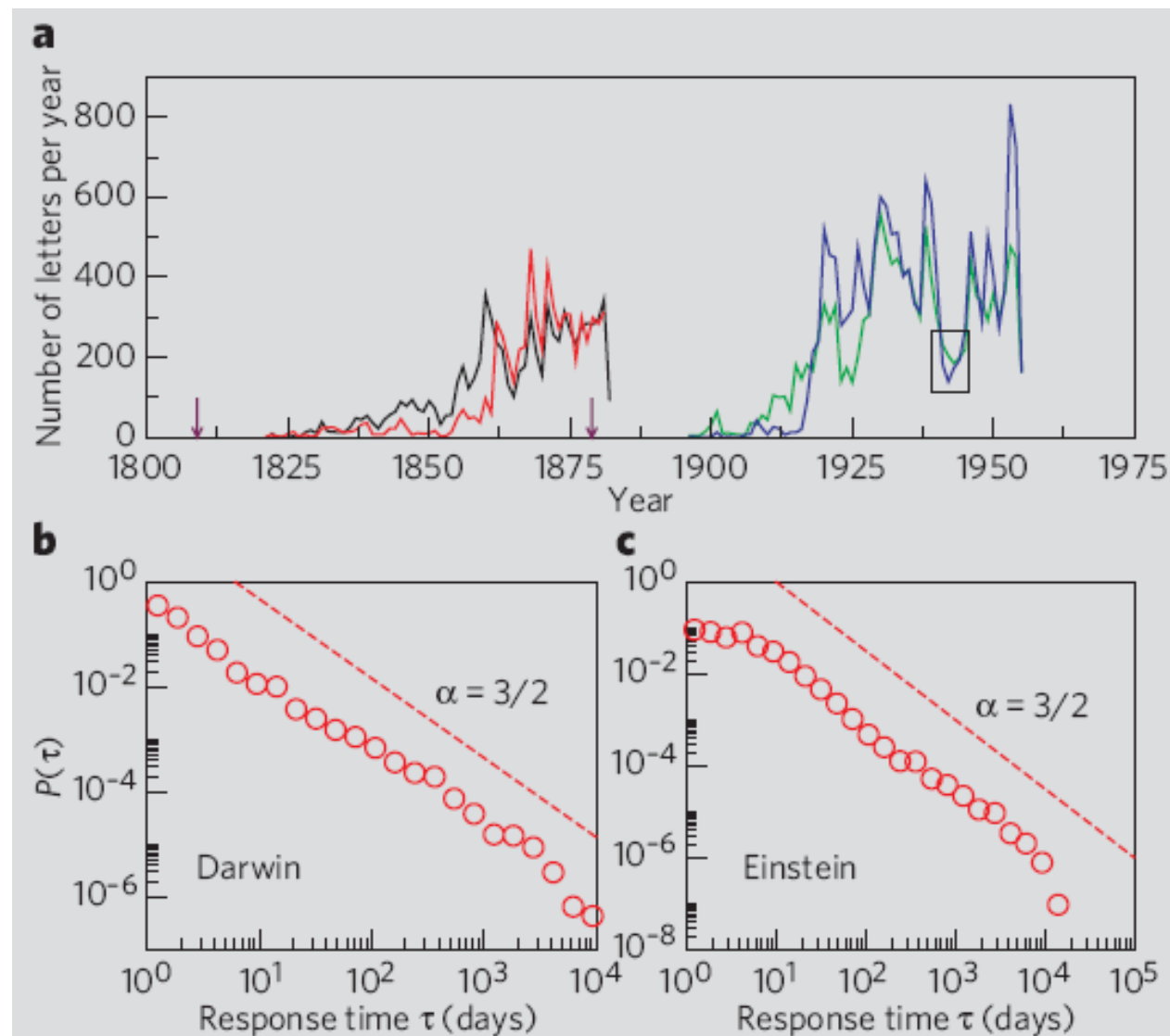




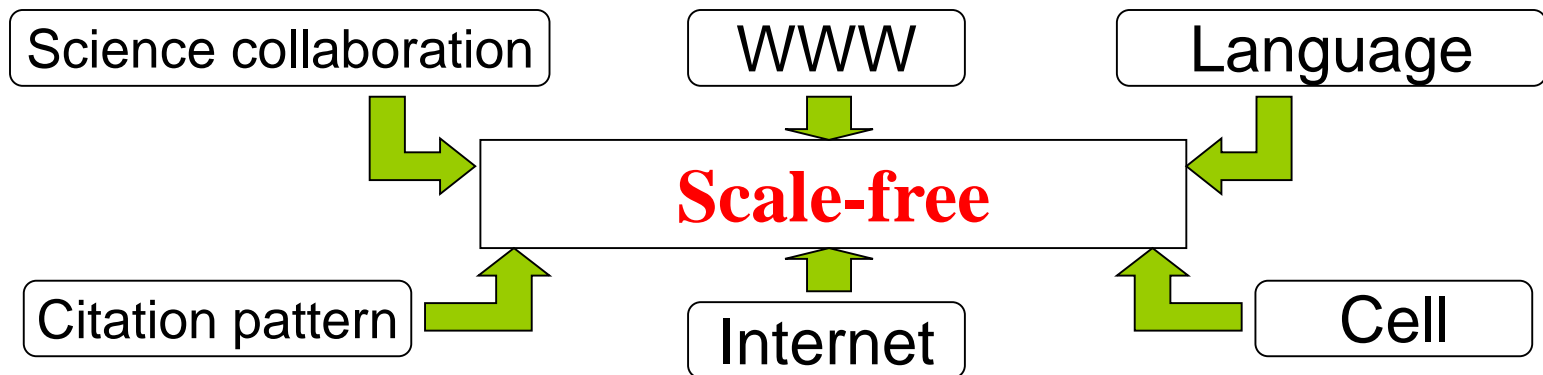
**Sent:** 14,500  
**Received:** 16,200



**Sent:** 7,591  
**Received:** 6,530



**Oliveria, ALB, Nature 2005**



**E-mail pattern**

---

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 (days)

**[www.nd.edu/~networks](http://www.nd.edu/~networks)**

**Zoltán N. Oltvai**, U of Pittsburgh Med. School

**Hawoong Jeong**, KAIST, Korea

**Réka Albert**, Penn State

**Ginestra Bianconi**, Trieste

**Erzsébet Ravasz**, Los Alamos → Harvard

**Soon-Hyung Yook**, Korea

**Stefan Wuchty**, Northwestern University

**Eivind Almaas**, Lawrence Livermore Natl. Lab.

**Baldivin Kovács**, Budapest

**Tamás Vicsek**, Budapest

**Kwang-II Goh**, Notre Dame - Dana Farber, Harvard

**Alexei Vazquez**, Princeton, IAS

**Gabor Szabo**, Notre Dame - Dana Farber, Harvard

**Cesar Hidalgo**, Notre Dame - Dana Farber, Harvard

<http://www.nd.edu/~networks>